Haga clic para modificar el estilo de subtítulo del patrón

# Teorías de gravedad modificada

## Teorías f(R)

13/11/08

INAOE – 2008
Luisa G. Jaime

# La geometría del Universo.

- Einstein encuentra una relación entre la geometría del universo y el contenido de materia:

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G\, T_{\mu\nu}$$

- Suponiendo que es homogéneo e isotrópico a grandes escalas se encuentra que la geometría está dada por (FRW):

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)\left(\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 d\Omega^2\right)$$

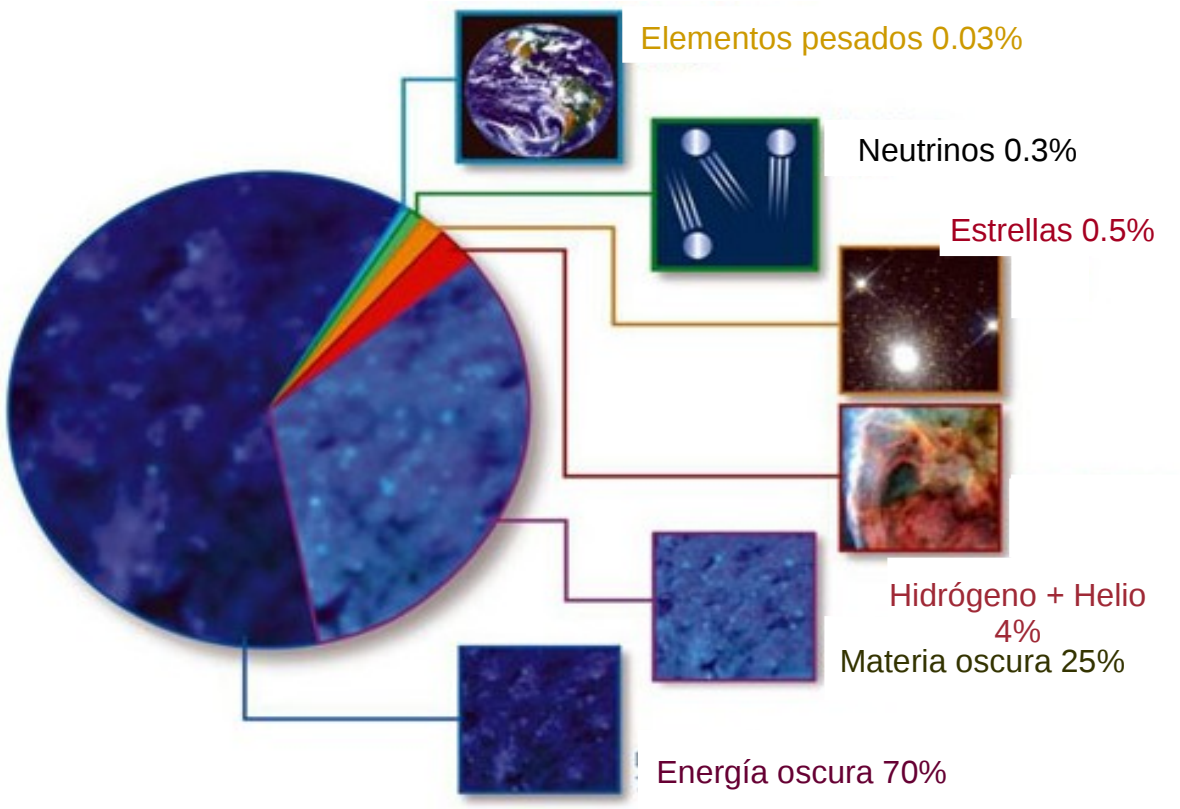
Factor de escala

Curvatura del universo

$$k = \begin{cases} 1 \rightarrow abierto \\ 0 \rightarrow plano \\ -1 \rightarrow cerrado \end{cases}$$

# Evidencia astrofísica

- Contenido del universo



# Antecedentes

- Weyl (1919) y Eddington (1922)
  - Incluyen términos mas allá del lineal en R en la acción.

- 1960’s
  - RG no es renormalizable
  - Teorías de unificación demandan términos de orden mayor del escalar de curvatura en la acción.
  - Correcciones a teoría de cuerdas

# ¿Qué opciones tenemos?

- El universo es dominado por alguna partícula o campo que ejerce una presión negativa.
- La constante cosmológica es distinta de cero, no modifica (mucho) la teoría.
- Las ecuaciones que describen el campo gravitacional son

# Teorías f(R)

- Modificando la acción de Einstein-Hilbert:

$$S_H = \int \sqrt{-g} R d\Omega \qquad S = \int \sqrt{-g}\, f(R) d\Omega$$

- La ecuación de campo es ahora:

$$f'(R)G_{\beta\upsilon} = \frac{1}{2} g_{\beta\upsilon}[f(R) - Rf'(R)] + [f'(R)]_{;\beta\upsilon} - g_{\beta\upsilon}[f'(R)]_{;\alpha}{}^{\alpha}$$

# Ondas gravitacionales en f(R)

- La existencia y velocidad de propagación de las ondas gravitacionales serán una prueba a estas teorías.

- Con base en la ecuación de campo en teorías f(R) se realiza una perturbación pequeña en un espacio plano, desarrollando llegamos a construir una

- Tomamos una perturbación a la métrica: $g_{\beta\nu} = \eta_{\beta\nu} + h_{\beta\nu}$

- Con lo que el tensor y escalar de Ricci quedan:

$$R_{\beta\nu} \approx \frac{1}{2}[\Psi_{\alpha\nu,\beta}{}^{\alpha} + \Psi_{\beta\mu,}{}^{\mu}{}_{\nu} - \Psi_{\beta\nu,\alpha}{}^{\alpha} + \frac{1}{2}\eta_{\beta\nu}\Psi_{,\alpha}{}^{\alpha}]$$

$$R \approx \frac{1}{2}[\Psi_{\alpha\nu,}{}^{\alpha\nu} + \Psi_{,\alpha}{}^{\alpha}].$$

- Con lo que al sustituir en la ecuación de campo nos queda:

$$-\frac{1}{2}f'(R)\Psi_{\beta\nu,\alpha}{}^{\alpha} + \frac{1}{6}\eta_{\beta\nu}[f(R) + \eta^{\beta\gamma}\Psi_{\beta\gamma,\alpha}{}^{\alpha}f'(R)] = 0$$

$$\Psi_{\beta\nu,\alpha}{}^{\alpha} = \eta_{\beta\nu}\frac{f(R)}{f'(R)}$$

# Algunas f(R) a prueba

| $f(R)$ | Ecuación de onda | Referencia |
|---|---|---|
| $aR^2 \pm R^2 \int \frac{F(R)}{R^3} dR$ | $6a\Psi_{,\alpha}{}^{\alpha} \pm (\Psi_{,\alpha}{}^{\alpha})^{m-1} = 0$ | Sokolowsky 2007 |
| $(3\alpha)^{\frac{\alpha}{2}} R^{1-\frac{\alpha}{2}}$ | $(1 - \frac{4}{1-\frac{\alpha}{2}})\Psi_{,\alpha}{}^{\alpha} = 0$ | Sobouti 2006 |
| $R - \frac{\mu^4}{R}$ | $3\Psi_{,\alpha}{}^{\alpha} + \frac{4}{\mu^4}(\Psi_{,\alpha}{}^{\alpha})^3 = 0$ | Carroll et al 2004 |
| $R - \frac{\mu^{2(n+1)}}{R^n}$ | $5n(\Psi_{,\alpha}{}^{\alpha})^{n+2} - 3n\mu^{2(n+1)}\Psi_{,\alpha}{}^{\alpha}$ | Carrol et al 2004 |
| $\frac{2}{\pi} R tan^{-1}(\frac{R}{\beta^2})$ | $\frac{5}{\beta^4}(\Psi_{,\alpha}{}^{\alpha})^3 + 6\Psi_{,\alpha}{}^{\alpha} = 0$ | Avilés 2007 |
| $\frac{4}{\pi^2} R(1 + \frac{\pi}{\beta^2})$ | $\frac{5}{\pi}\Psi_{,\alpha}{}^{\alpha} + \frac{3}{\beta^2}(\Psi_{,\alpha}{}^{\alpha})^2 = 0$ | Avilés 2007 |

# Inflación en f(R)

- Tomamos la ecuación de campo de f(R)

$$f'(R)R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}f(R)g_{\mu\nu} - f'(R)_{;\mu\nu} + g_{\mu\nu}f'(R)^{;\alpha}_{;\alpha} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}.$$

- Modificamos tomando $f(R) = R^n$
- Sustituyendo esta función en la ecuación de campo

$$R_{\mu\nu} = \left(\frac{2n-1}{6n}\right) g_{\mu\nu}R + (n-1)R^{-1}R_{;\mu\nu} + (n-1)(n-2)R^{-2}R_{;\mu}R_{;\nu}$$

- Tomando la métrica FRW

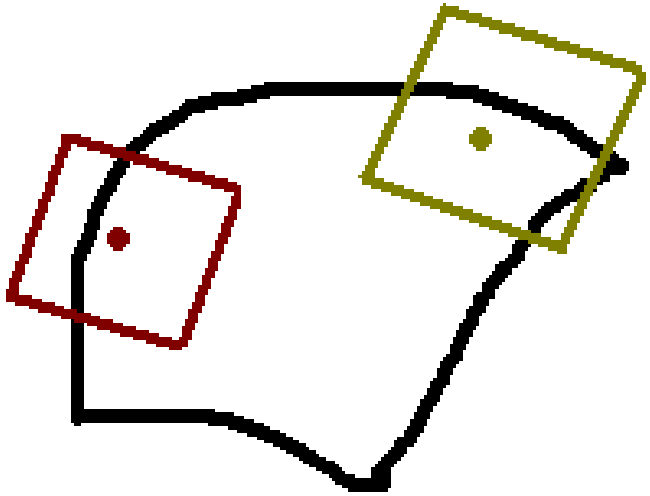
$$\left[\frac{2n-1}{n} - 1\right]\frac{\ddot{a}}{a} + \left[\frac{2n-1}{n} - 2\right](\frac{\dot{a}}{a})^2 = 0$$

$$a(t) = c\exp(c_1 t)$$

$$\frac{(n-1)-1}{n} = 0.$$

# Formulación de Palatini

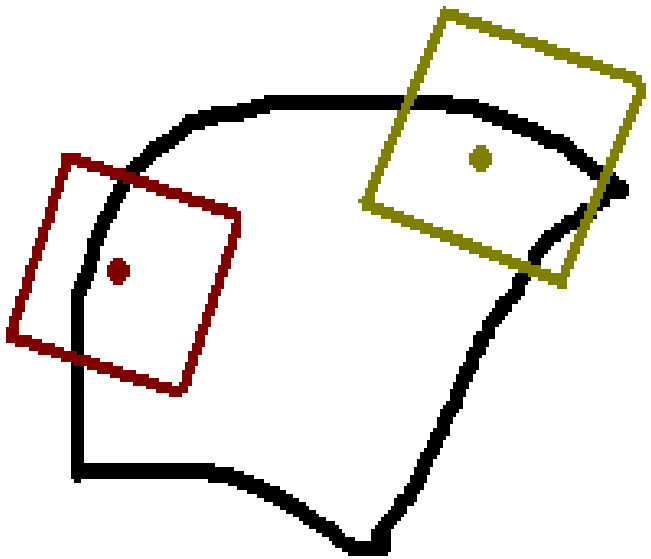
- Se ha considerado que la métrica y la conexión están relacionadas.



- ¿Qué pasa si no lo están?

- Entonces la acción será función tanto de la métrica como del símbolo de Christoffel

$S[g]$ $S[g,\Gamma]$



- Entonces se tendrá que hacer de

$$S_G[g,\Gamma] = \int \sqrt{-g}\, L(R)\, d^4x$$

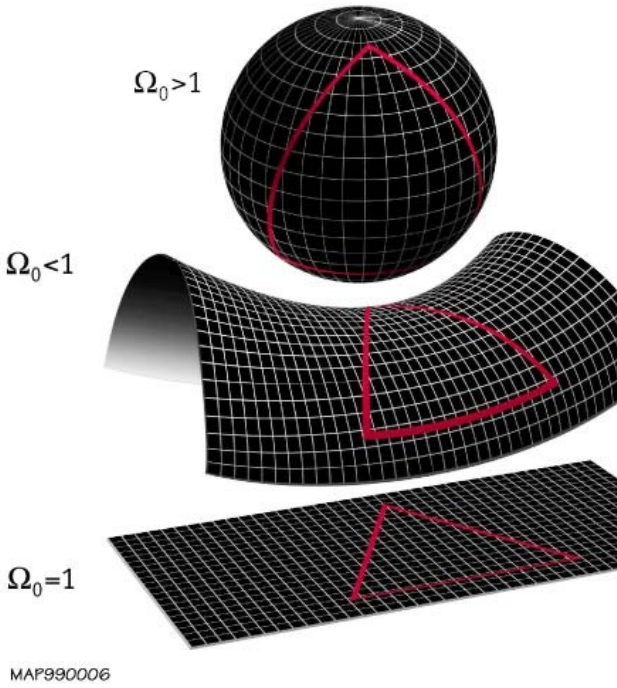
encontrar las ecuaciones de campo

- Ecuaciones de campo en la

$$L'(R)R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}L(R) = \kappa T_{\mu\nu}.$$

$$\nabla_\lambda(L'(R)\sqrt{-g}g^{\mu\nu}) = 0.$$

# ¿Cómo se ve?




- Diferentes historias en la evolución cósmica dejarán firmas distintas en los objetos astrofísicos. Cada una de las partes que constituye el universo nos dará información de esta evolución a diferentes escalas.

## ¿Con qué se ve?

- Fondo cósmico de microondas
- Lentes gravitacionales